完全d分木のSequential Location Number

日本大学文理学部情報科学科　斎藤研究室　4年　山本壮太

目次

- 研究動機
- d分木とは
- 完全2分木
- 完全d分木
- 完全2分木から葉を一個取る
- まとめと課題

研究動機

・Seager(2013)による先行研究

非常に限定的な木のSequential Location Numberを求めている

<u>d分木についても研究対象になっていない</u>

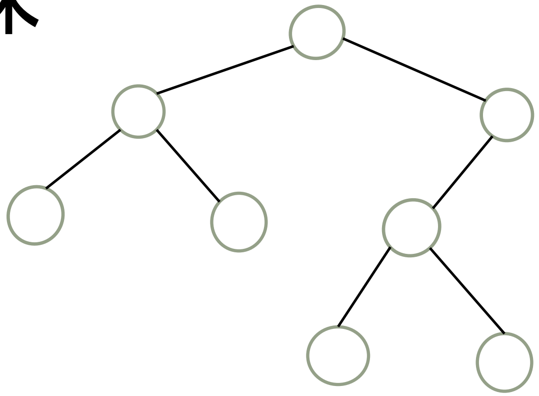
d分木とは

・d分木：各頂点の子供の数≦dの木

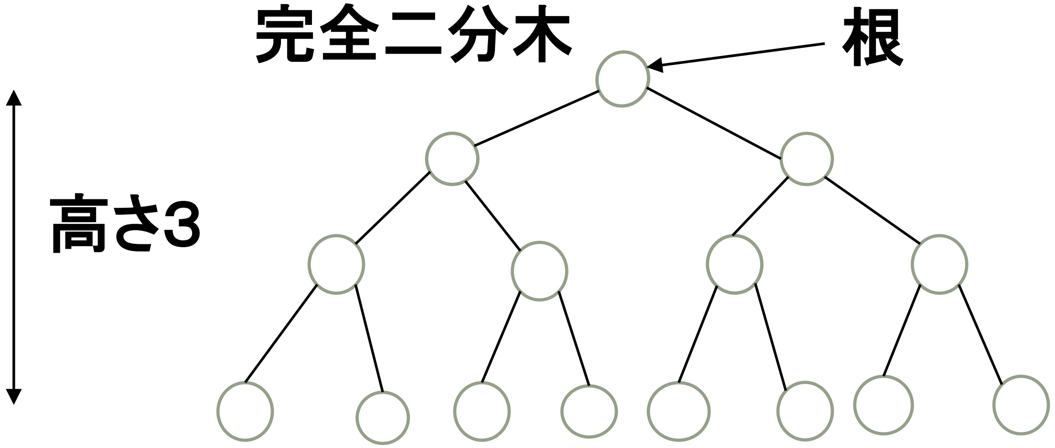
・完全d分木：①葉以外の頂点の子供の数＝d

②根から葉までの距離がすべて同じ

二分木

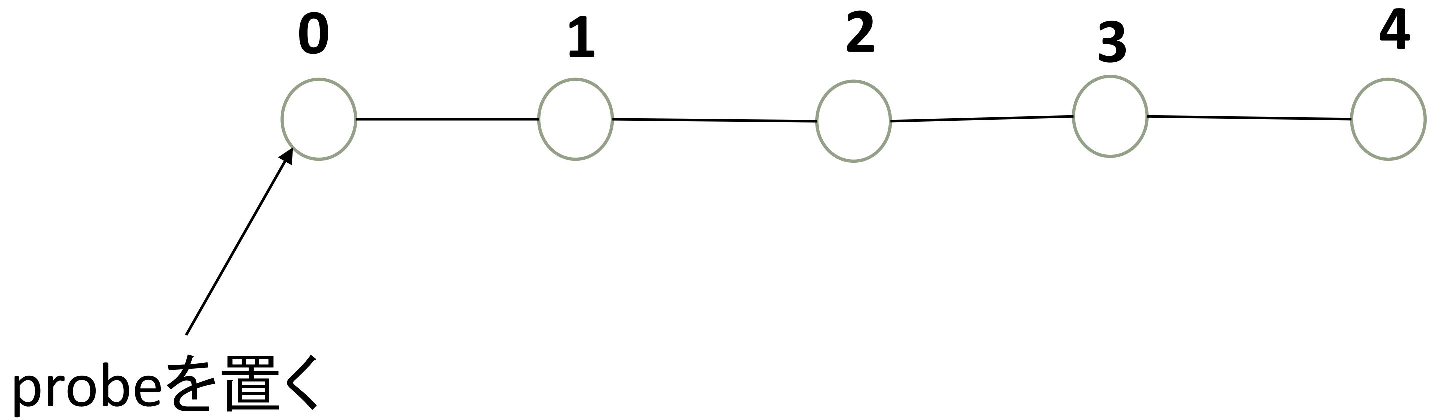


完全二分木



先行研究

・Seager(2013)　　SL(G)=1⇔Gは道

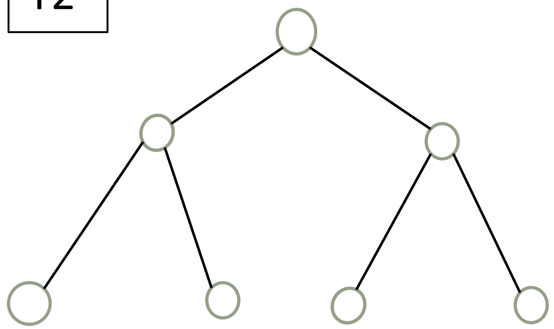


結果

・定理1

$$SL(Th)=h$$

T2



Th=高さhの完全二分木

SL(Th)≧h

証明の方針

「Minouは葉にのみ隠れる」と仮定し、最適な戦略を考える。

↓

その仮定の下でh回以上かかるとすると、無条件でもh回以上かかる。

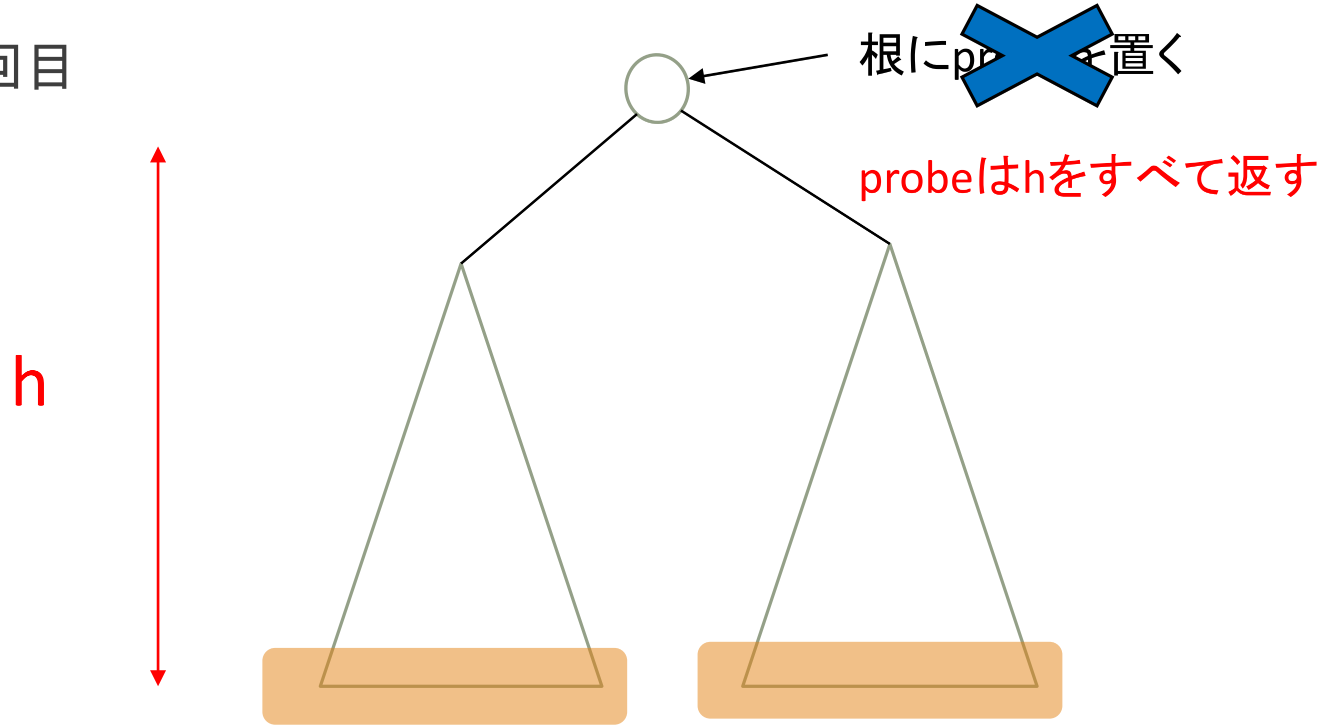
よって**SL(Th)≧h**である。

SL(Th)≧h

証明

方針よりMinouは葉にのみ隠れるという条件がある。

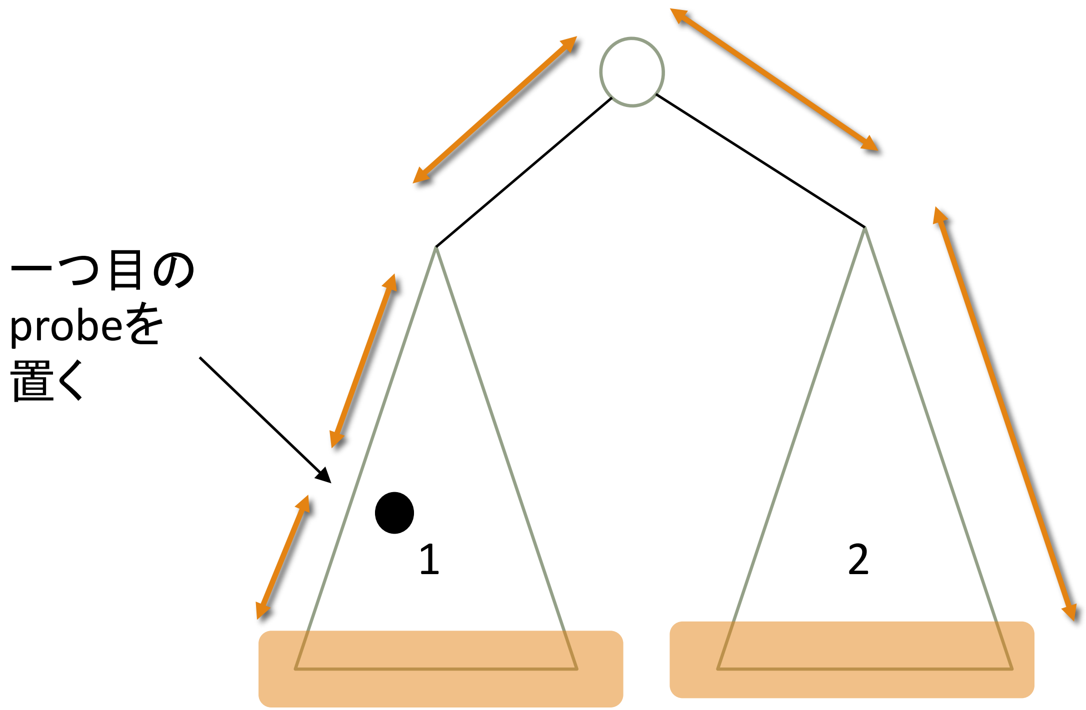
一回目



probeを根に置いても他の頂点を一つも判別しない。

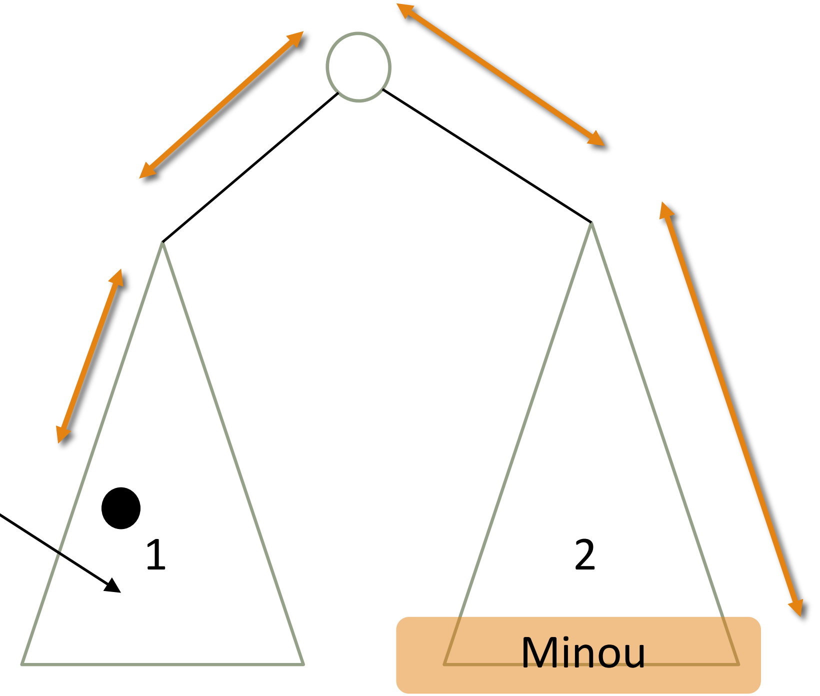
SL(Th)≧h

一回目



SL（Th）≧h

Minouが木2に隠れていたとする

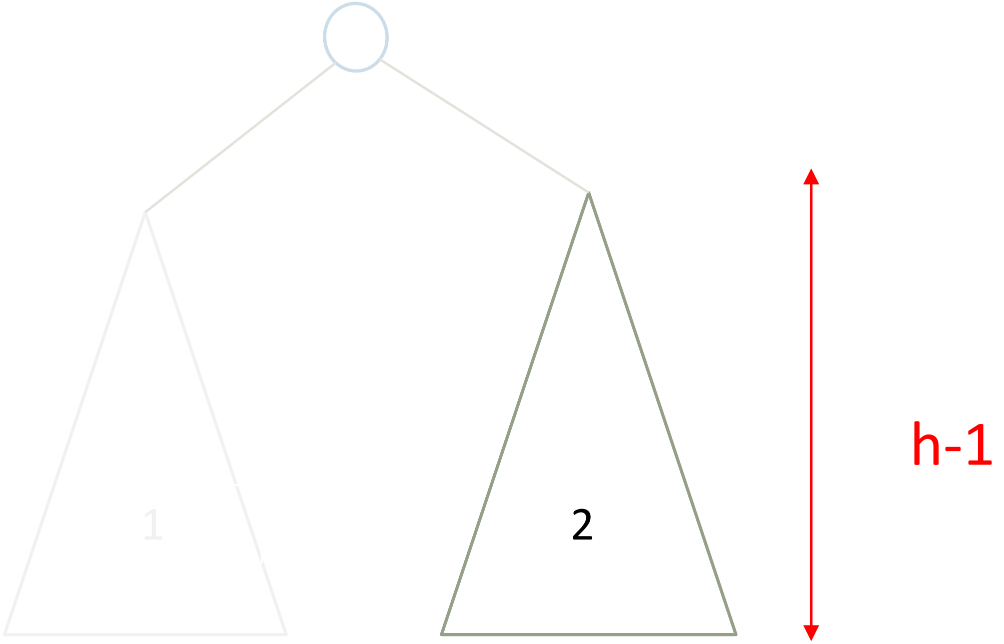


以降木1のどこに
probe置いても
Minouを区別できない

⇒以降、木2にしか
probeを置かない

SL(Th)≧h

木2にMinouがあるとき

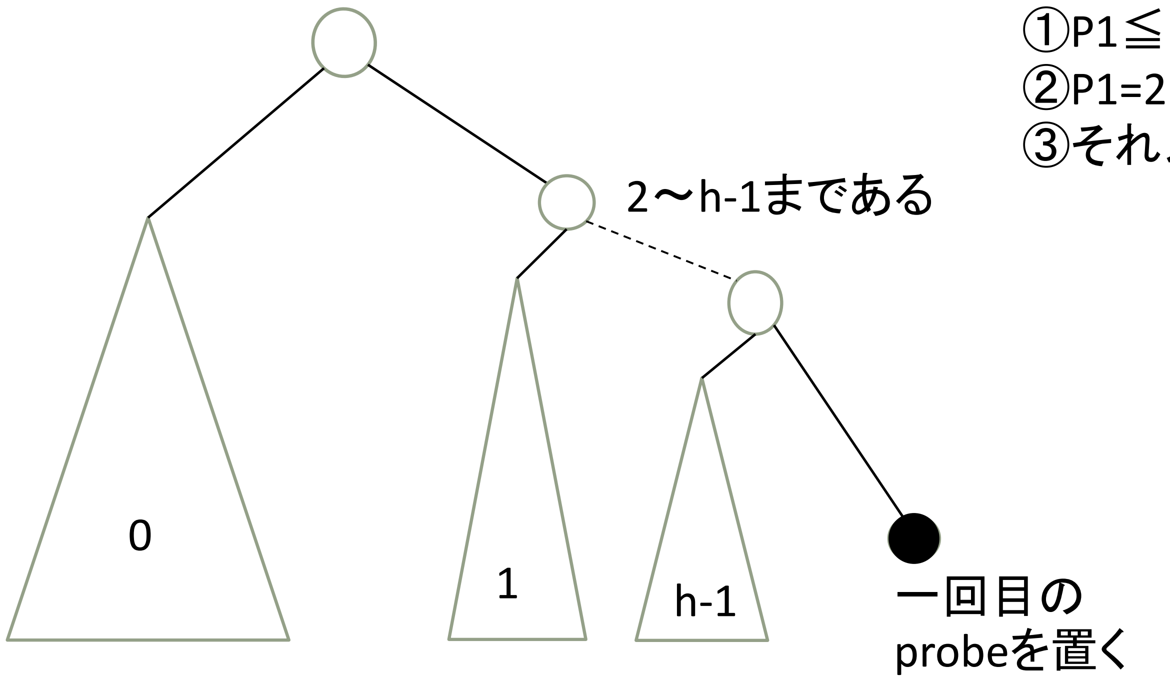


木2は高さh-1の完全二分木
よって、Minouを特定するのにh-1回かかる。
一回目と合わせて
h回以上Minouを
特定するのにかかる

SL(Th)≦h

証明

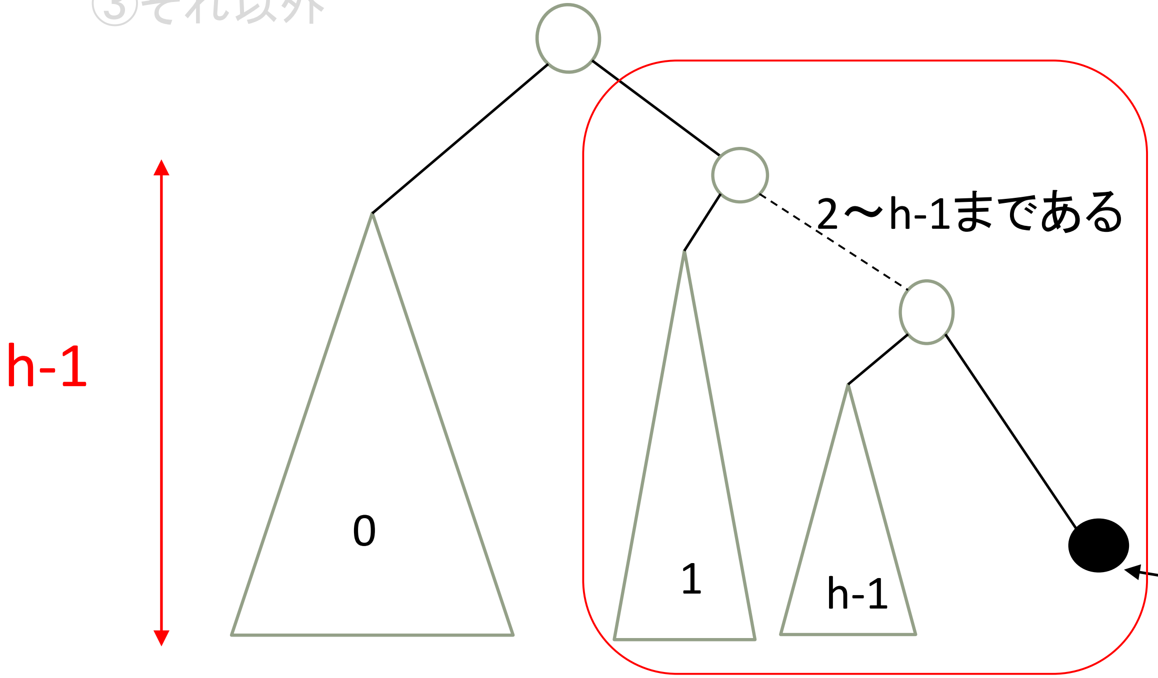
一回目



probeの返す値をP1とし
①P1≦h
②P1=2h
③それ以外

SL(Th)≦h

①P1≦hのとき
②P1=2h
③それ以外

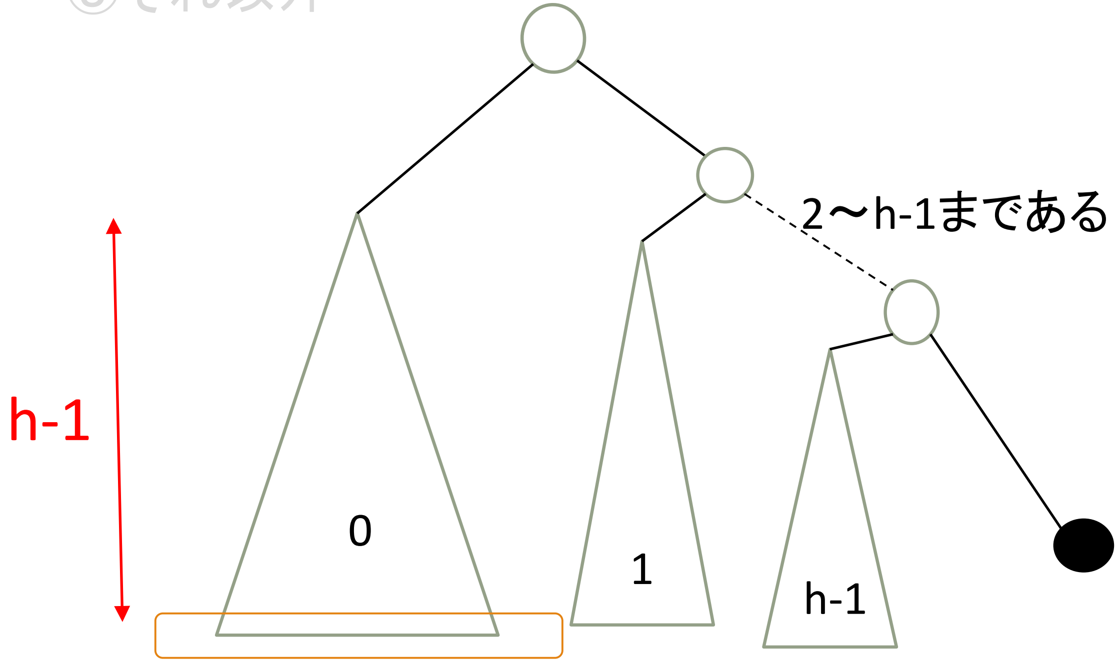


一回目の
probeを置く
(返す値はP1)

これを繰り返し、一回目
と合わせてh回以下で
Minouを特定する。

SL(Th)≦h

①P1≦hのとき
②P1=2h
③それ以外

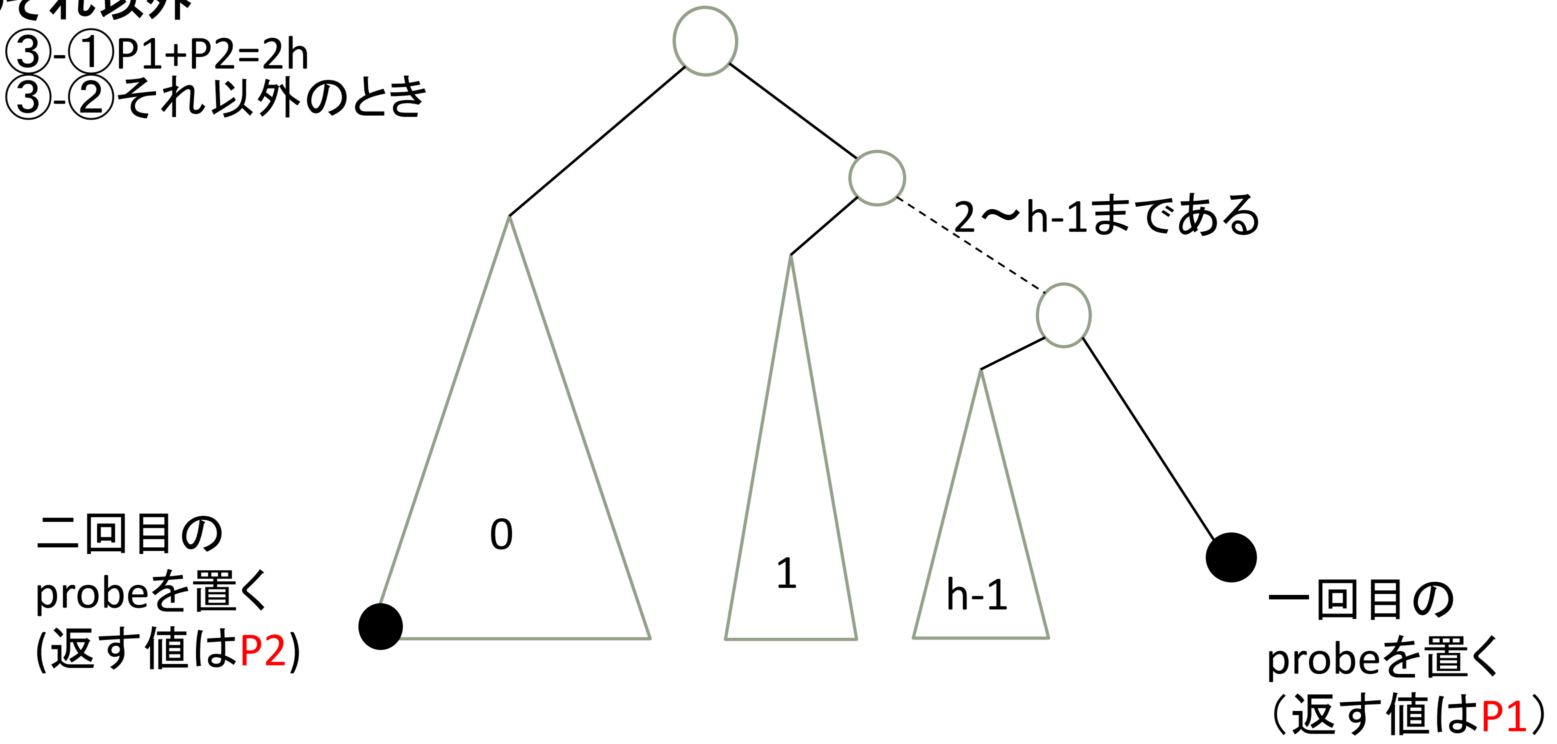


一回目の
probeを置く
（返す値はP1）

木0の葉に隠れている
ことが分かる。
木0にはh-1の完全二分
木であるためh-1回で
Minouを特定する。
最初の一回と合わせて
h回でMinouを特定する。

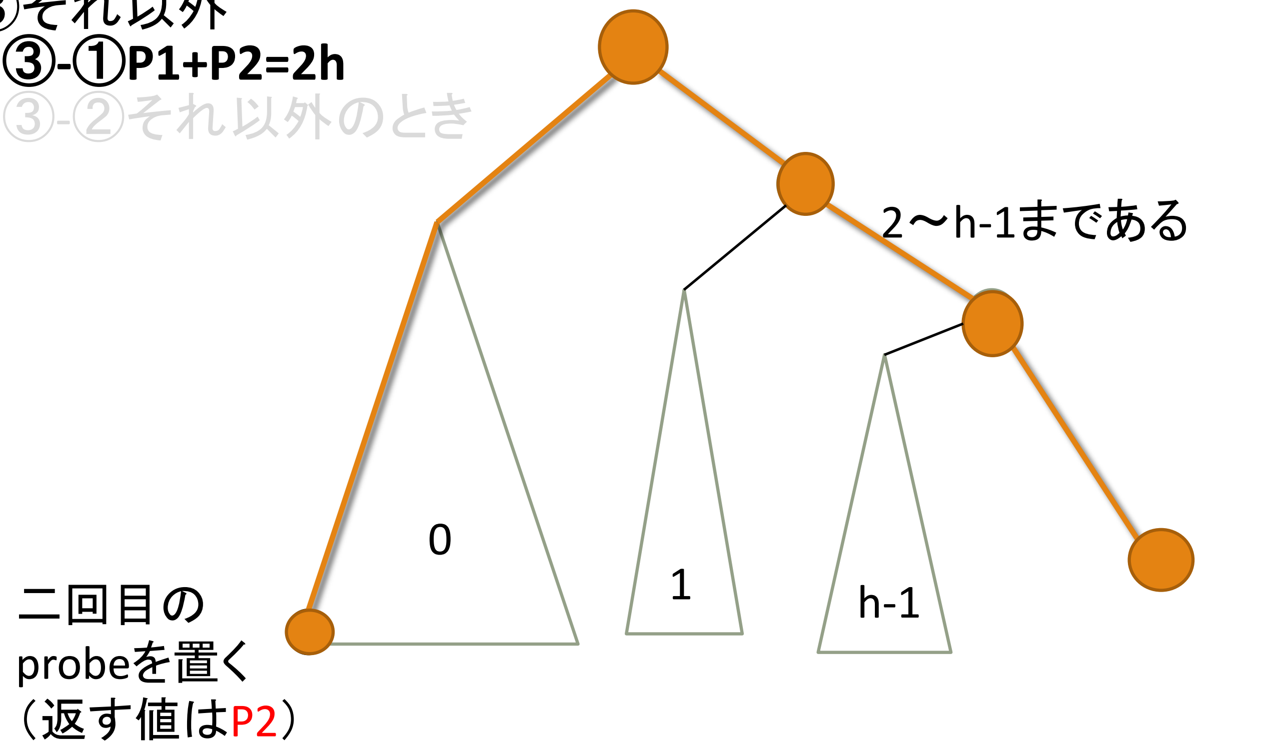
SL(Th)≦h

①P1≦hのとき
②P1=2h
③それ以外
- ③-①P1+P2=2h
- ③-②それ以外のとき



SL(Th)≦h

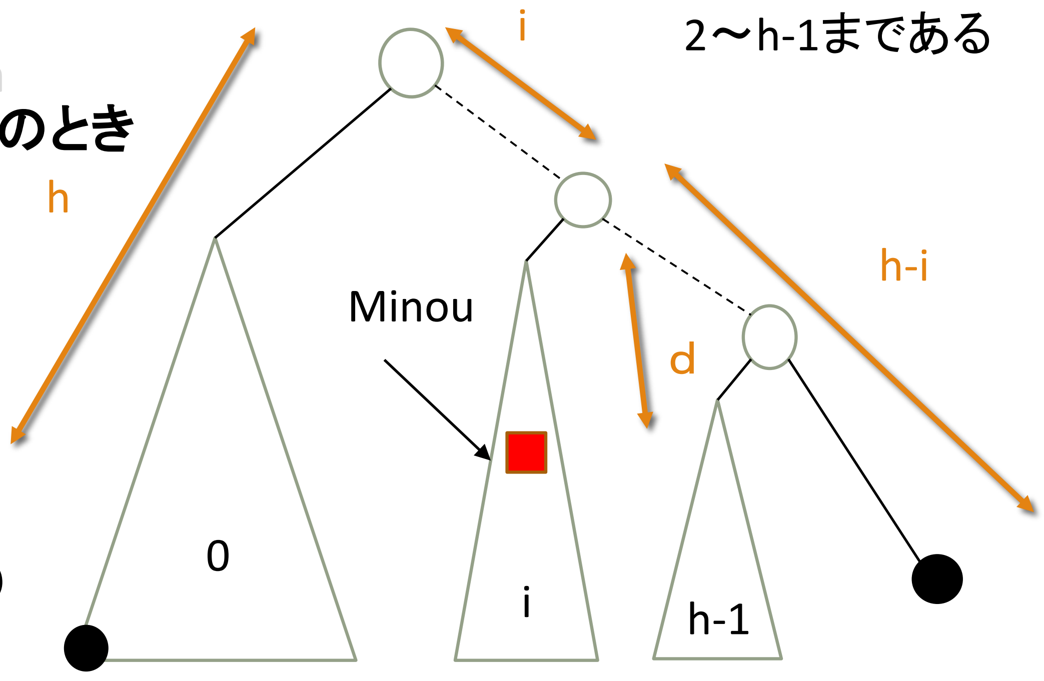
①P1≦hのとき
②P1=2h
③それ以外
　③-①P1+P2=2h
　③-②それ以外のとき



P1を返すprobeとP2を返すprobeの道の間にある。
該当する点はただ一つに決まる。

SL(Th)≦h

①P1≦hのとき
②P1=2h
③それ以外
  ③-①P1+P2=2h
  ③-②それ以外のとき



二回目の
probeを置く
（返す値はP2）

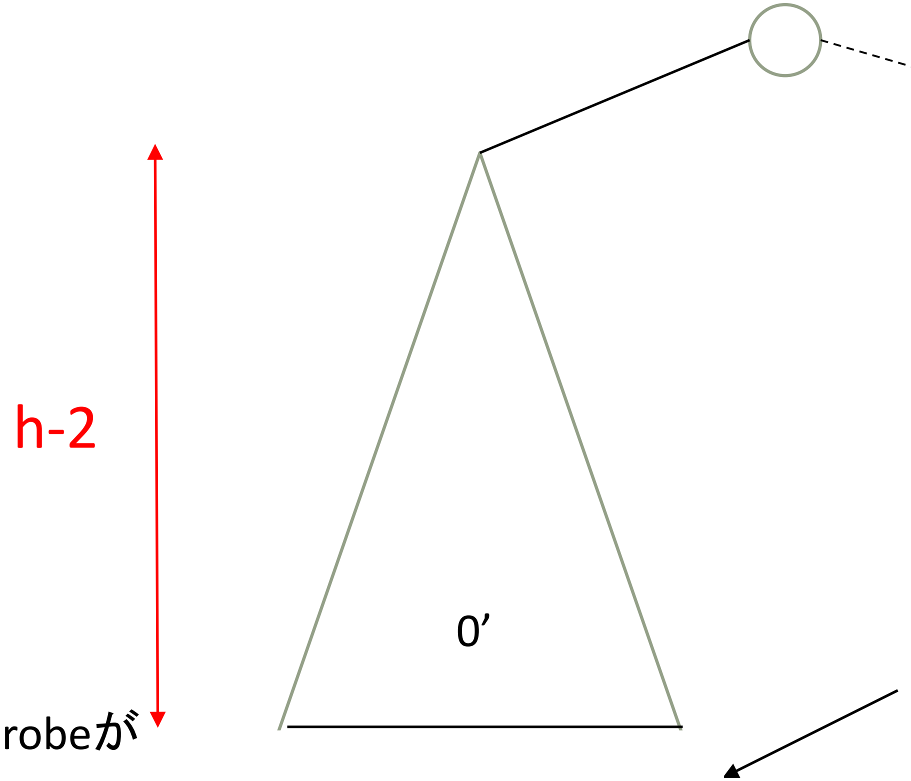
一回目の
probeを置く
（返す値はP1）

P1=h-i+d
P2=h+i+d
⇒iを特定

①P1≦hのとき
②P1=2h
③それ以外
③-①P1+P2=2h
③-②それ以外のとき

SL(Th)≦h

木0のとき



木0’は高さh-2の完全二分木
よってh-2回でMinouを特定
一回目、二回目を合わせて、
h回でMinouを特定する

一回目のprobeが
返す値=P1

Minouが葉に隠れている
とすると
②P1=2hの場合になる

⇒

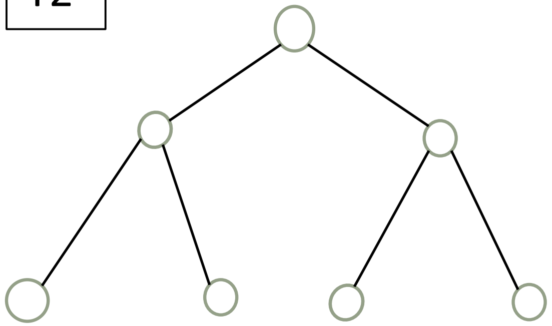
Minouは葉に
いないため木0
から葉を省略

結果

・定理1

SL(Th)=h

T2



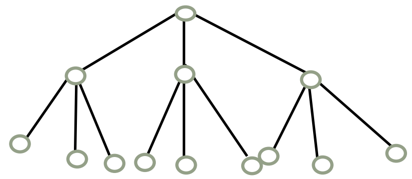
Th=高さhの完全二分木

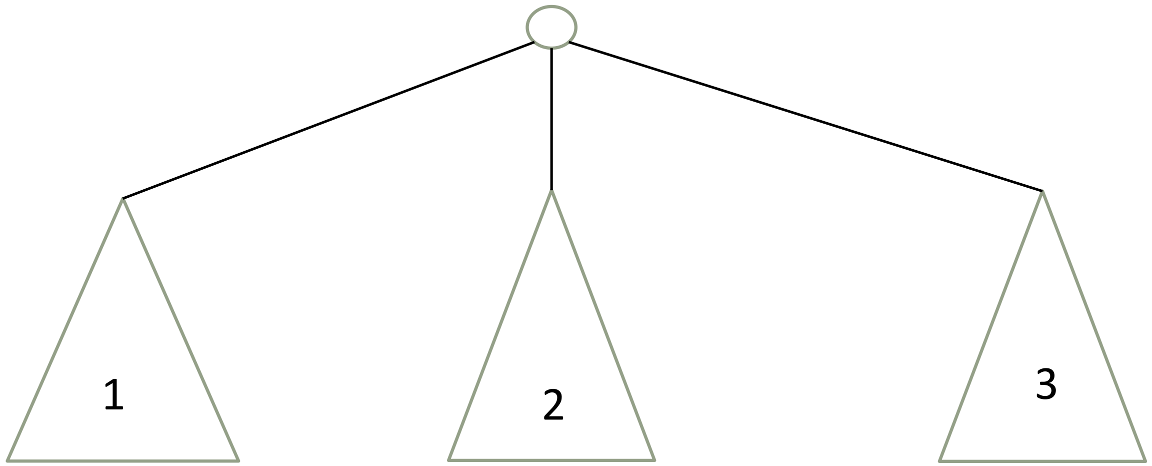
結果2

定理2

$$SL(T_h^3)=2h$$

となる

$T_2^3 =$ 

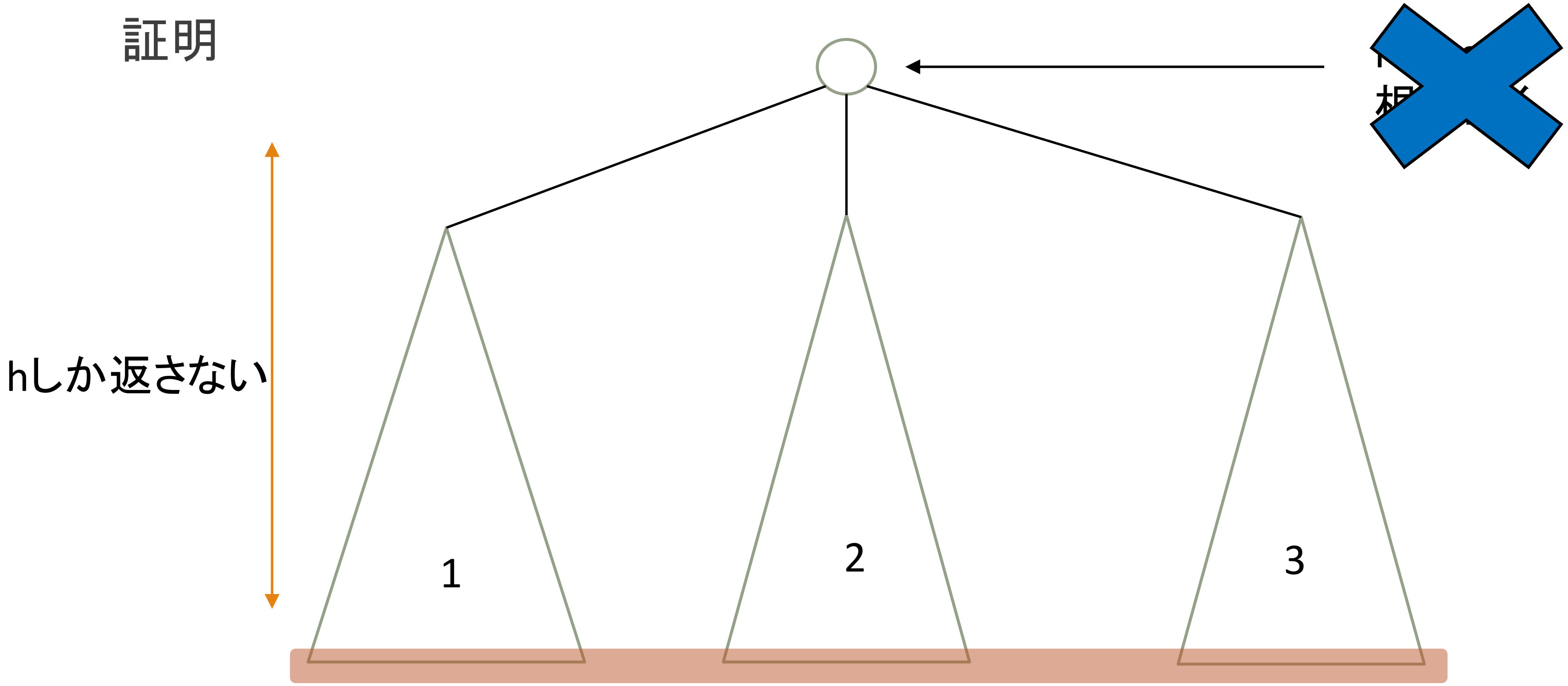


T_h^3 =完全三分木

SL(T_h^3)≧2h

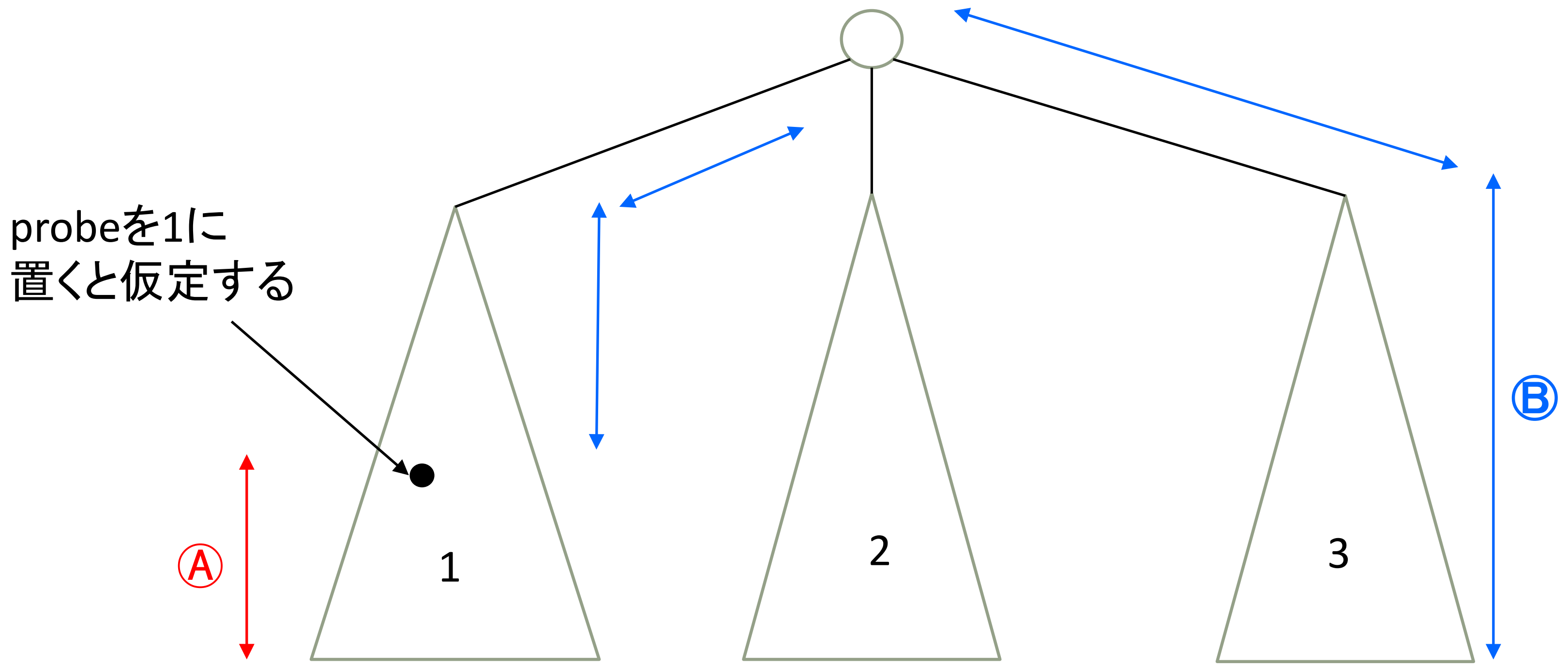
完全二分木同様、葉にのみMinouは隠れるという仮定の下で最適戦略を考える。

証明



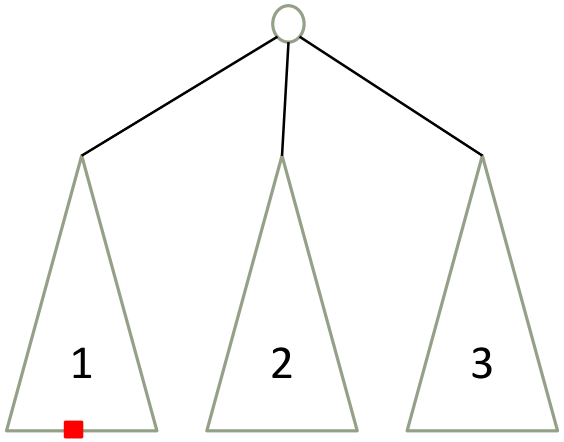
SL(T_h^3)≧2h

証明



Ⓐ≠Ⓑ
Minouが
木1にいるか
木2、木3にいるか
分かる

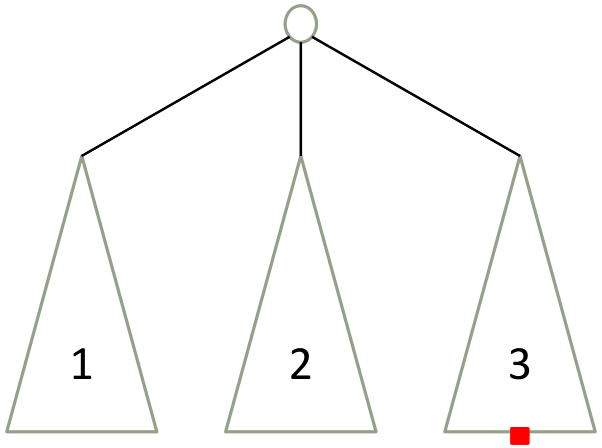
SL(T_h^3)≧2h



Minou

以降木2、木3に
置いても区別しない

以降木1にしかprobeを置かない
⇒2（h-1）回かかる
一回目と合わせて2h-1回



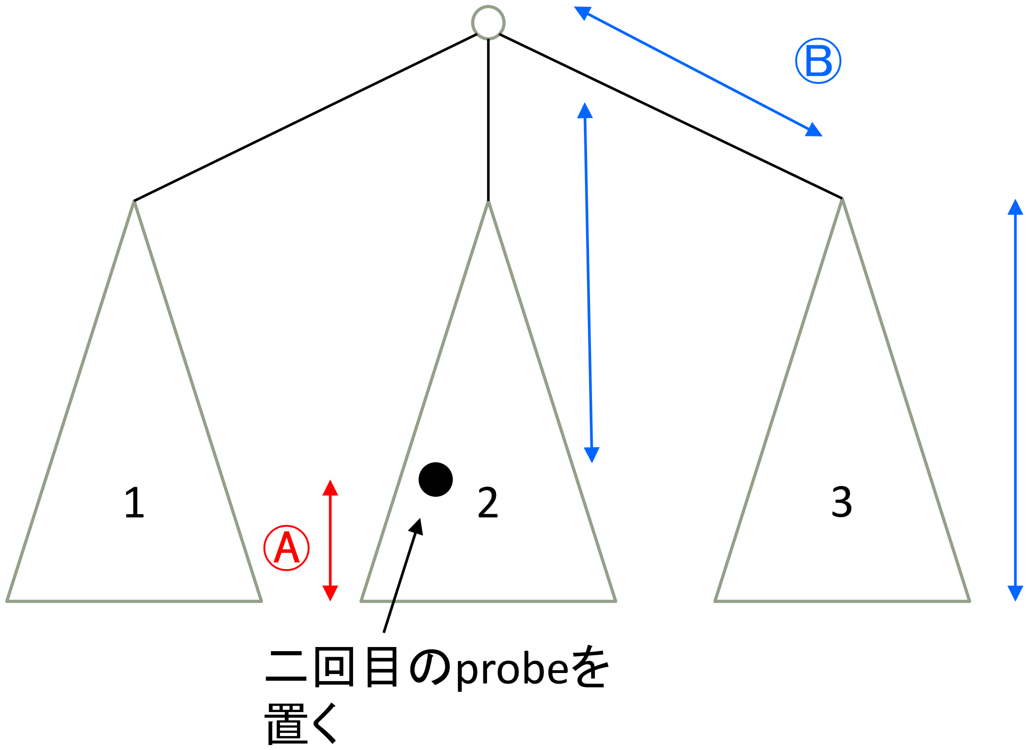
以降木1に置いても
区別しない

Minou

以降木2、木3にしかprobeを
置かない

SL(T_h^3)≧2h

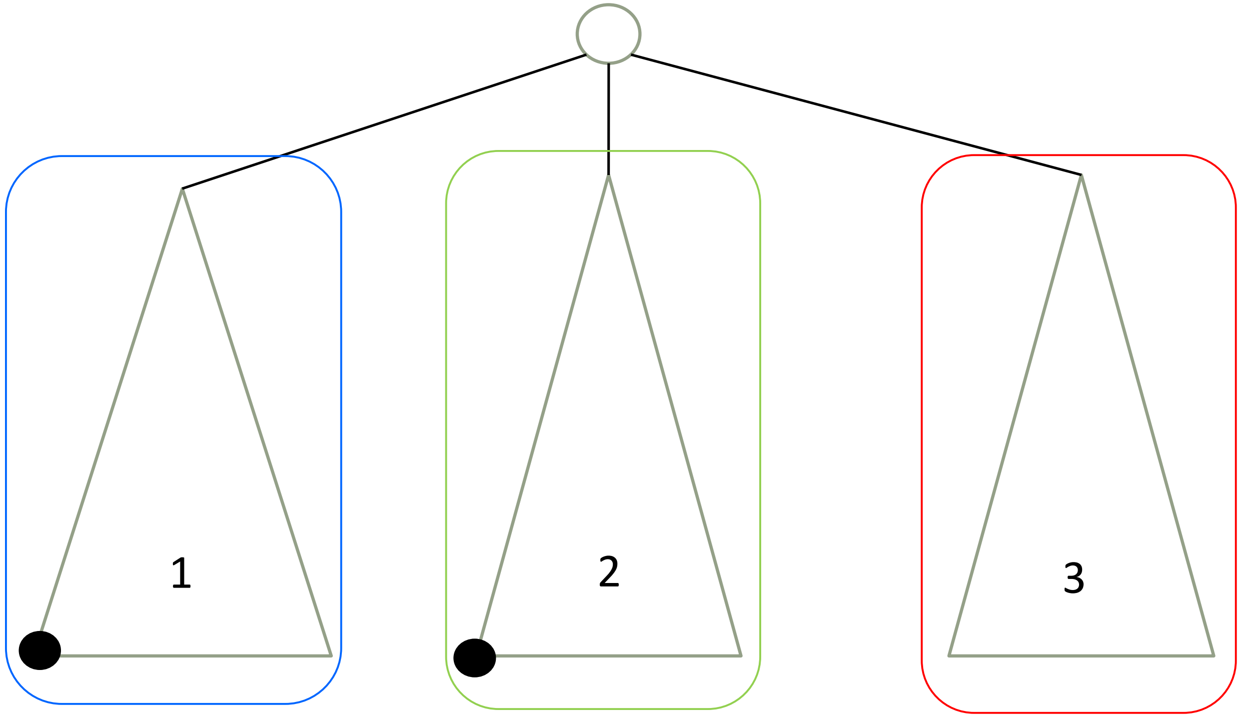
二回目



Ⓐ≠Ⓑ
よってMinouが木2、木3のどちらにいるか特定
木2、木3どちらも、あと2(h-1)回かかる
一回目、二回目合わせて2h回かかる

SL(T_h^3)≦2h

証明



一回目の
probeを置く
返す値はP1

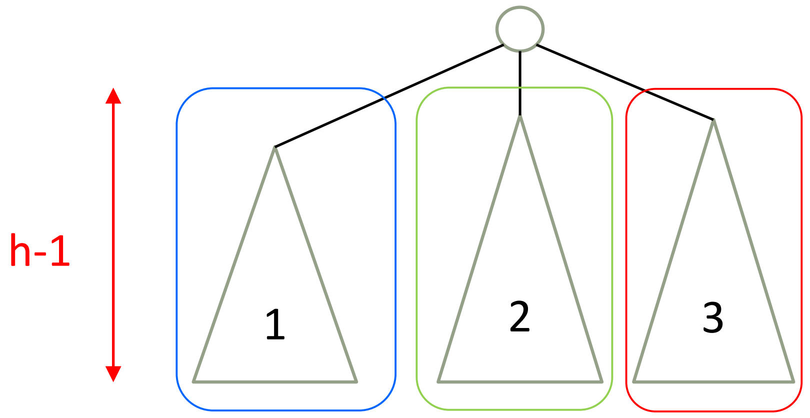
二回目の
probeを置く
返す値はP2

①P1<P2
②P1>P2
③P1=P2

SL(T_h^3)≦2h

◦

条件	Minouのいる木
P1<P2	木1
P1>P2	木2
P1=P2	木3



いずれにせよ、残り2(h-1)回でMinouを特定できる
最初の二回のprobeを合わせて2h回で特定できる

結果3

定理3

$$\mathrm{SL}(T_h^d)=(d-1)h$$

でMinouを特定

T_h^d ＝完全d分木

結果4

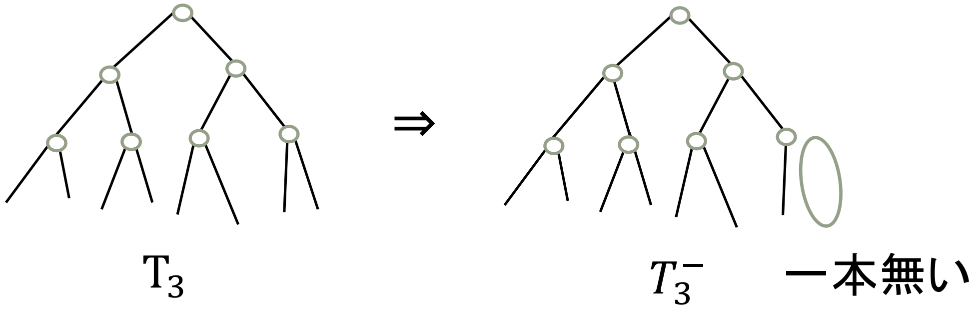
定理4

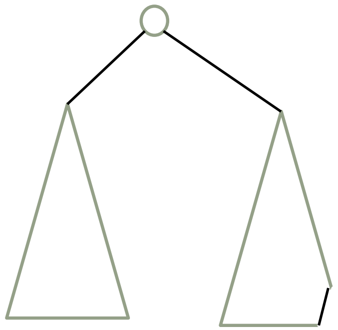
結果

$$SL(T_h^-)=h-1$$

となった

T_h^- =完全二分木から葉を一個取る





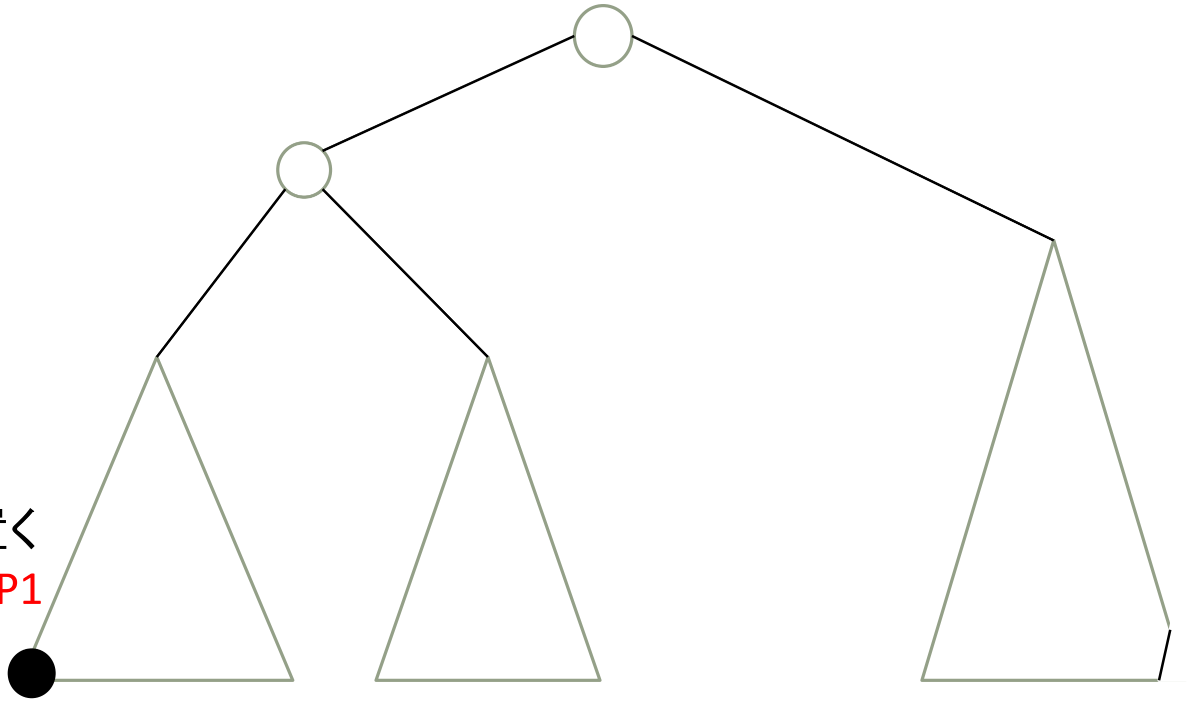
以降この図形を完全二分木から
葉を一個取ったものを
左の図とする

SL(T_h^-)≦h-1

証明

h-1の高さの完全二分木があるため、h-1≦SL((T_h^-))

①h≧ P1
②2h-1≦P1
③その他

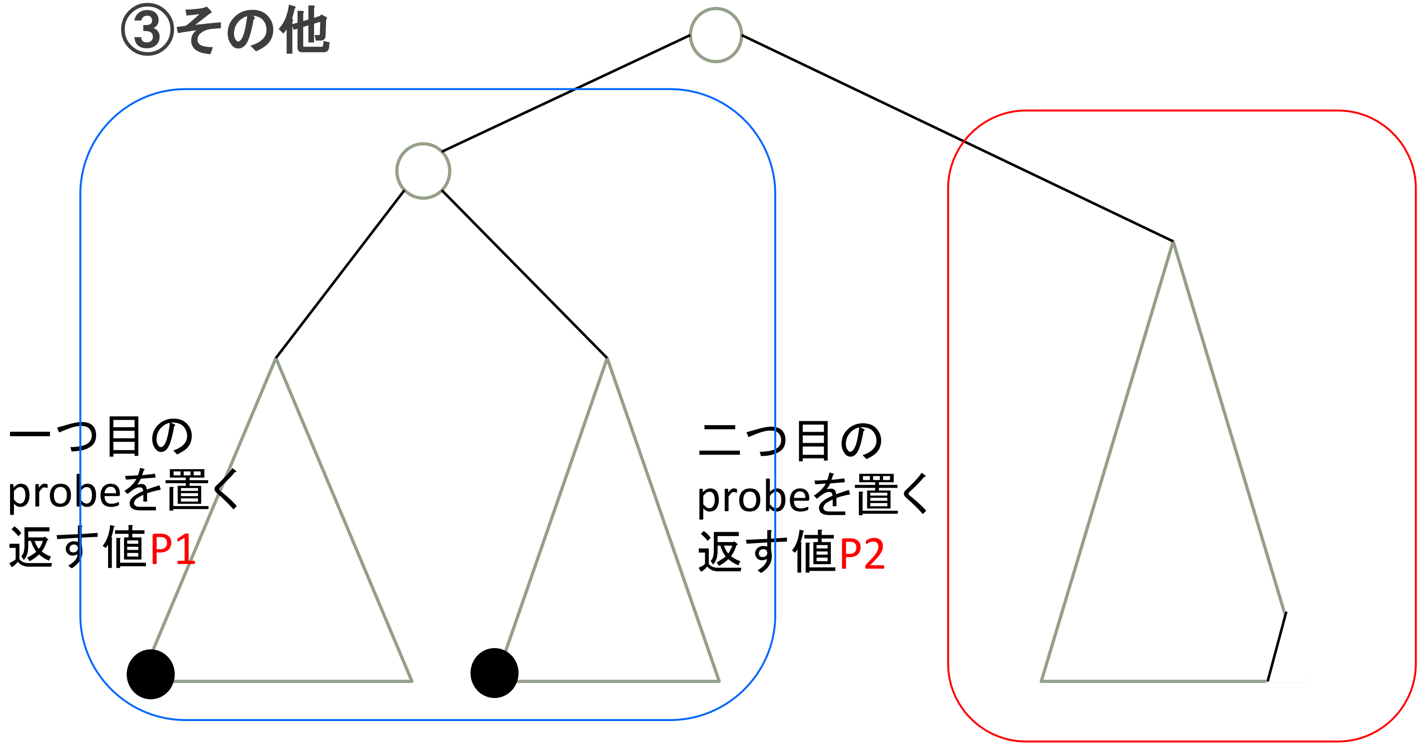


一つ目の
probeを置く
返す値はP1

SL(T_h^-)≦h-1

①h≧ P1
②2h-1≦P1
③その他

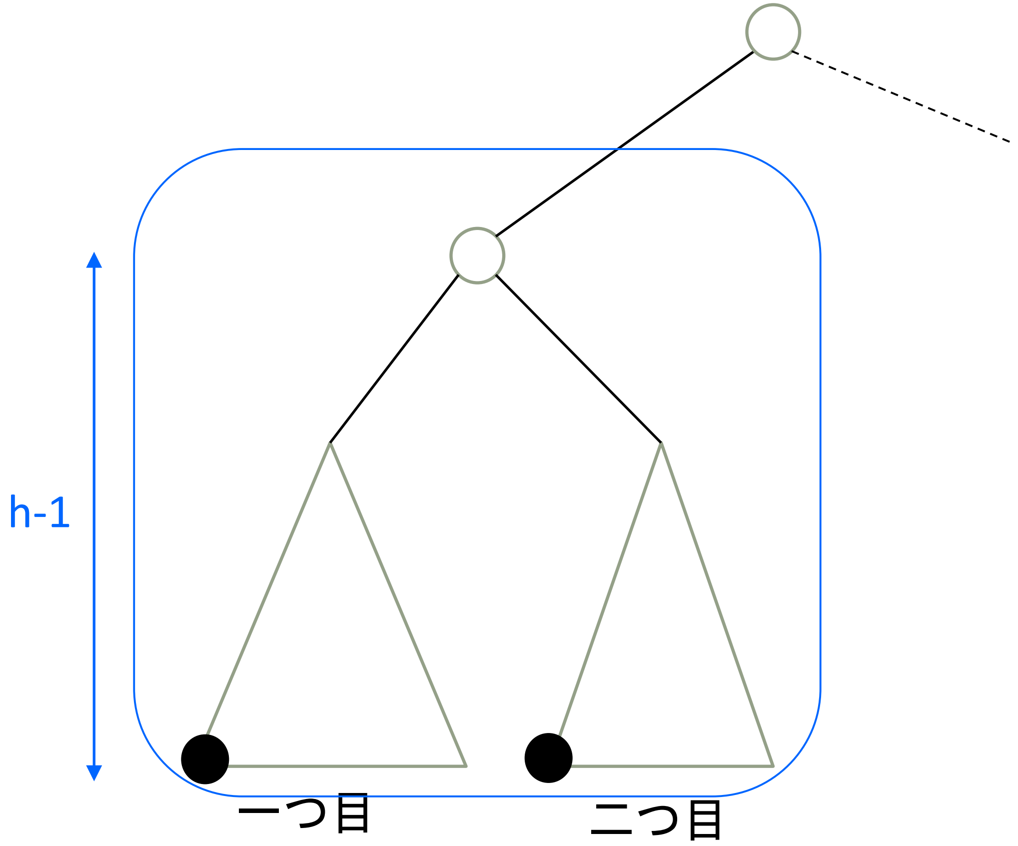
④P1≠P2⇒左部分木
⑤P1=P2⇒右部分木



SL(T_h^-)≦h-1

①h≧ P1
②2h-1≦P1
③その他
④P1≠P2
⑤P1=P2

④P1≠P2



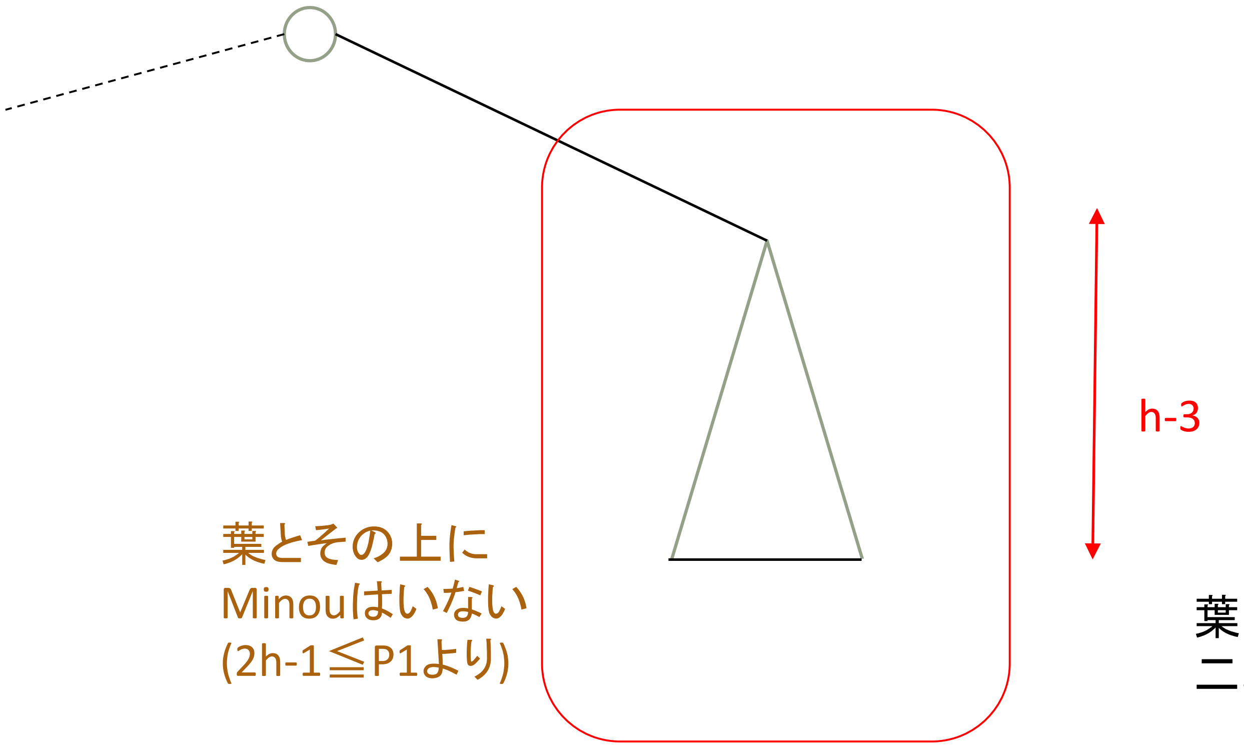
Th-1の一つ目、二つ目の
置き方と同じ
⇒h-1回でMinouを特定する

$SL(T_h^-) \leqq h-1$

①h≧ P1
②2h-1≦P1
③その他
④P1≠P2
⑤P1=P2

⑤P1=P2

h-3の完全二分木は
h-3でMinouを特定
⇒一つ目、二つ目合わせて
h-1回でMinouを特定



葉とその上の
二段省略

結果5

定理5

$$\mathrm{SL}(\mathrm{T}_h^{d-})=(\mathrm{d}-1)\mathrm{h}-1$$

となる

T_h^{d-}=完全d分木から葉を一個取る

まとめと課題

まとめ

完全d分木のSequential Location Numberを決定した

葉を一個取ることでSequential Location Number が1減ることが分かった

課題

何本抜くとSequential Location Number が2減るのか

一般的な公式を得る

ご清聴ありがとうございました